

Bond graphs : une méthode pluridisciplinaire

L'outil bond graph est un langage graphique unifié pour tous les domaines des sciences de l'ingénieur et confirmé comme une approche structurée à la modélisation et à la simulation des systèmes pluridisciplinaires. La modélisation d'un système technique par bond graph ne nécessite pas l'écriture de lois générales de conservation. Elle repose essentiellement sur la caractérisation des phénomènes d'échanges d'énergie au sein du système. L'industrie automobile française est en pointe dans l'utilisation des Bond Graphs dans leur démarche mécatronique.

1. Introduction

Ce n'est pas nouveau : l'énergie est un (pour ne pas dire « le ») concept essentiel dans la description de l'évolution des systèmes technologiques. On le retrouve dans tous les domaines : il constitue le lien entre ceux-ci. Fort de cette constatation, Henry M. Paynter (1923-2002), a introduit le concept de « bond graph » (BG) (graphe de liaisons) en 1961. Ce dernier a été développé, notamment par Karnopp et Rosenberg, pour donner aujourd'hui une méthodologie d'approche globale des systèmes pluritechnologiques qui constituent au XXI^e siècle la grande majorité des produits industriels qui nous entourent et que notre enseignement doit présenter à nos étudiants et nos élèves. Comme on le verra avec cette présentation, la méthode est élégante et son utilisation, sur des modèles simples, peut être rapide et efficace car elle ne nécessite que quelques « briques » afin d'élaborer un modèle complet, directement « dessiné » sur un logiciel adapté permettant d'obtenir des résultats directs sans avoir à écrire une seule équation : c'est le logiciel qui les détermine, les affiche ainsi que les résultats afférents.

La méthodologie BG n'est pas une méthode graphique supplémentaire par rapport à celles qui existent déjà comme, par exemple, les schémas blocs, pour représenter les fonctions de transfert des systèmes. En effet cette dernière ne concerne que les systèmes linéaires alors que la méthode BG concerne tous les systèmes dans tous les domaines (linéaires, non linéaires, continus, échantillonnés, numériques, électroniques, hydrauliques, mécaniques, thermiques, ...). La méthode BG permet de traiter les chaînes d'énergie et d'information.

Qu'est-ce qu'un bond graph ? C'est un graphe orienté, faisant apparaître des variables dynamiques, qui traduisent les transferts d'énergie entre systèmes. Ils sont basés sur les liens de puissance du type proposé sur la figure 1.

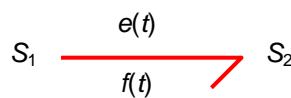


Figure 1

Les variables $e(t)$ et $f(t)$ représentent respectivement l'effort et le flux entre les systèmes S_1 et S_2 dont le produit $P(t) = e(t)f(t)$ n'est rien d'autre que la puissance instantanée transférée entre S_1 et S_2 . Les deux variables $e(t)$ et $f(t)$ sont dites conjuguées l'une de l'autre.

Le terme « bond graph » est cité pour la première fois dans un programme au niveau de la classe préparatoire PT (voir encadré). La méthode BG apparaît en parallèle avec la méthode des graphes informationnels causaux présentée par l'équipe de l'ENSAM de Lille (Jean Paul Hautier). C'est de bon augure et dans l'air du temps où l'on demande à nos étudiants ou élèves non plus de résoudre des équations mais de proposer une modélisation d'un problème afin de l'appréhender pour le comprendre, et peut-être l'améliorer ; la phase de résolution des équations est confiée alors à un logiciel adapté.

Afin de présenter le plus simplement possible la méthode BG, nous allons construire notre premier BG sur un exemple mécanique élémentaire.

Extrait du programme des classes préparatoires filière PT pour la rentrée 2004

II.1.1.d. Représentation causale

- Variable d'état associée à :
 - une masse conservative,
 - une raideur,
 - un frottement visqueux ;
- Relation de transformation (équations différentielles) ;
- Représentations graphiques (graphe informationnel causal ou bond graph).

2. Premier Bond Graph

Système parfait

Notre premier bond graph sera développé à partir d'un système simple dans le domaine de la mécanique de rotation, constitué par deux barres 1 et 2 d'inertie respectives I_1 et I_2 par rapport à l'axe de leurs deux liaisons pivots parfaites avec le bâti. Elles sont reliées entre elles par un ressort de torsion de raideur k .

Le bond graph a pour origine la représentation graphique des échanges d'énergie entre les phénomènes physiques qui apparaissent à l'intérieur d'un système. Etudions les échanges d'énergie entre les éléments de celui-ci. On pourra repérer trois phénomènes de « stockage » lors du mouvement de l'ensemble : deux phénomènes de stockage de type cinétique associés aux mouvements des deux solides ; il s'agit d'un stockage d'énergie cinétique dû au mouvement de rotation des deux barres ; et un phénomène de « stockage » de type potentiel associé à la modification de l'angle du ressort ; il s'agit là d'un stockage d'énergie potentielle. Dans la méthode BG, le phénomène de stockage cinétique est noté I (comme inertie ou inductance) et le phénomène de stockage potentiel est noté C (comme capacité).

Les transferts d'énergie entre ces trois éléments sont représentés par un trait terminé par une demi-flèche (en dessous pour un trait horizontal et à droite pour un trait vertical). On nommera lien bond graph cet élément. Comme le montre la figure 1, on indique de chaque coté du lien bond graph la variable effort $e(t)$ et la variable flux $f(t)$ dans cet ordre. Pour ce qui nous concerne, et en fonction de notre paramétrage, pour la barre 1, la variable flux sera le taux de rotation $\dot{\theta}_1$ et la variable effort conjuguée sera le moment dynamique $\delta_1 = \dot{\sigma}_1 = I_1 \ddot{\theta}_1$, lié au mouvement du solide 1 – le temps a été omis dans la notation pour une écriture plus synthétique –. Le même type de paramètres, mais indicé 2 sera utilisé pour le solide 2. Quant au ressort, la variable effort notée C représentera le couple instantané exercé par le ressort et la variable flux sera la vitesse de variation angulaire du ressort notée $\Delta \dot{\theta}$. La figure 3 représente le graphisme bond graph lié aux éléments que nous venons de définir.

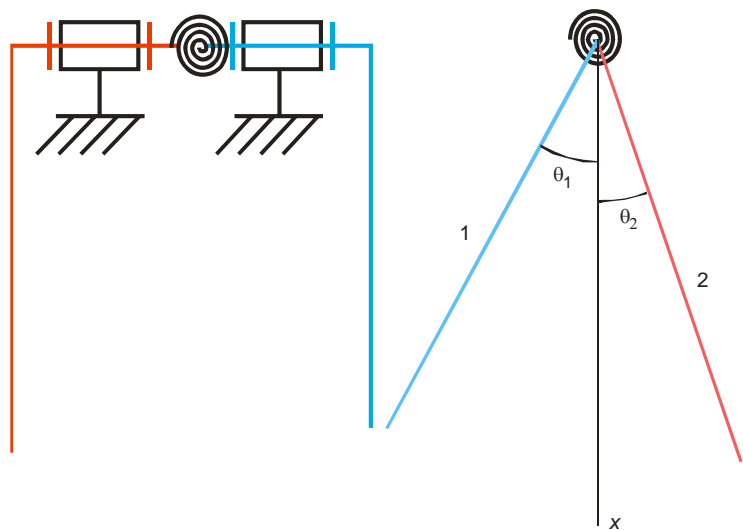


Figure 2 : modèle du premier bond graph

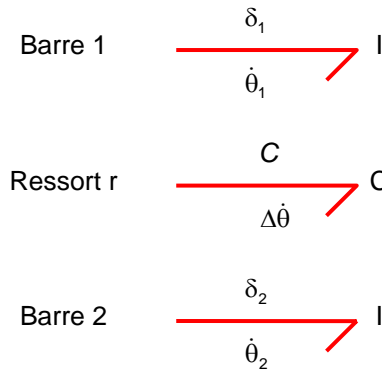


Figure 3 : Liens bond graphs associés aux éléments de stockage du système des deux barres

Les deux types d'éléments de stockage sont parfaits et ne dissipent pas d'énergie. Nous introduirons par la suite les phénomènes de dissipation.

Nous allons maintenant associer ces trois liens et exprimer ainsi le transfert d'énergie entre eux-ci. L'écriture du bilan de puissance dans ce système se traduit par ($\sum P = 0$)

$$\delta_1 \dot{\theta}_1 + C \Delta \dot{\theta} + \delta_2 \dot{\theta}_2 = 0$$

On montre aisément (application du PFD à 1 puis à 2) que $\delta_1 = \delta_2 = C$. Pour exprimer cette égalité des variables « efforts », la méthode BG introduit la jonction 0 ou 0-jonction qui représente les transferts d'énergie entre les éléments de stockage pour un effort commun. Le graphisme BG donne alors

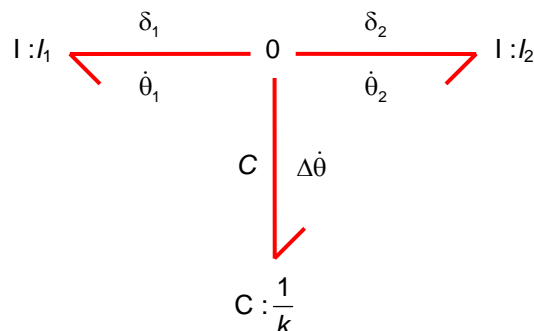


Figure 4 : Bond graph du système de mécanique de rotation

Pour chaque élément de stockage, on fait apparaître le paramètre utilisé pour le représenter.

On a en effet dans notre cas :

Couple sur le solide 1 : $C_1 = I_1 \frac{d\dot{\theta}_1}{dt}$, paramètre I_1 ;

Couple sur le solide 2 : $C_2 = I_2 \frac{d\dot{\theta}_2}{dt}$, paramètre I_2 ;

Couple du ressort r : $C = k\Delta\theta = k \int \Delta\dot{\theta} dt = \frac{1}{C} \int \Delta\dot{\theta} dt$ (par analogie avec une capacité électrique),

paramètre $\frac{1}{k}$.

L'égalité des moments donnée plus haut avec le bilan de puissance fournit alors la seconde relation caractérisant la 0-jonction

$$\dot{\theta}_1 + \Delta \dot{\theta} + \dot{\theta}_2 = 0$$

Par analogie avec la loi des nœuds de l'électricité, on retrouve cette dernière loi en considérant les variables « flux » (analogues aux intensités électriques) qui partent du nœud 0 du bond graph de la figure 4.

Système dissipatif

Nous allons introduire maintenant du frottement entre la barre 2 et le bâti caractérisé par un couple de frottement noté C_f . Soit μ le facteur de frottement entre les solides en mouvement. Dans la représentation BG, c'est l'élément R qui représente une dissipation d'énergie. Conformément à ce qui a été dit précédemment, la puissance perdue est le produit d'une variable effort, ici C_f , par une variable flux, ici $\dot{\theta}_g$, la vitesse angulaire de glissement. Le lien BG de ce nouvel élément se trace alors

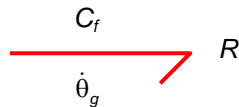


Figure 5 : Lien BG d'un élément dissipatif

Notre système comporte maintenant trois éléments de stockage et un élément de dissipation. En ce qui concerne la barre 1, pas de changement ; par contre pour la barre 2 un nouvel échange d'énergie apparaît. Nous allons introduire une nouvelle jonction qui va caractériser le transfert d'énergie entre les deux barres en prenant en compte l'élément dissipatif. Nous avons noté $\dot{\theta}_g$ le taux de glissement relatif entre la barre 2 et le bâti. Celui-ci est évidemment égal à $\dot{\theta}_2$. Cette égalité se traduit dans la méthode BG par une jonction 1 ou 1-jonction (égalité des flux) comme le présente la figure 6.

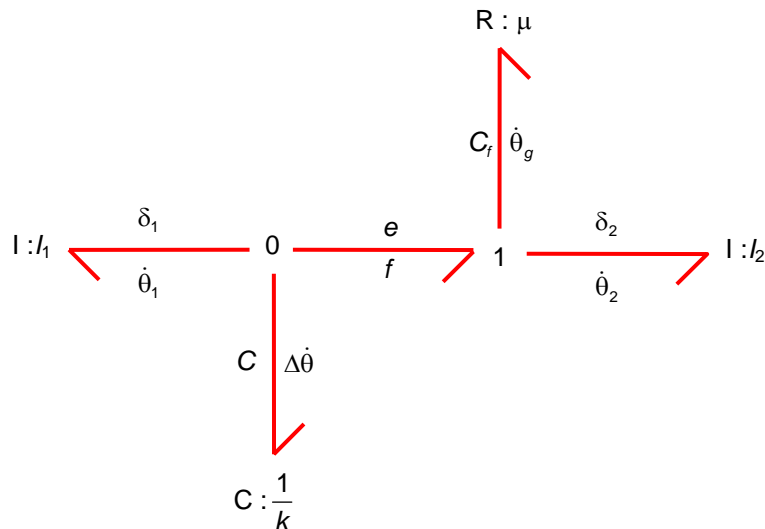


Figure 6 : Bond graph du système barres et ressort dissipatif

Pour le lien entre la 0-jonction et la 1-jonction, nous avons noté e la variable effort. Elle est nécessairement égale à l'effort commun de la 0-jonction. Pour ce qui concerne la variable flux elle est égale au flux commun de la 1-jonction, c'est-à-dire $\dot{\theta}_2$. On a

$$f = \dot{\theta}_g = \dot{\theta}_2$$

D'autre part, le bilan de puissance au niveau de la 1-jonction se traduit par

$$-ef + \delta_2 \dot{\theta}_2 + C_f \dot{\theta}_g = 0$$

Et l'on a donc

$$-e + \delta_2 + C_f = 0$$

Le signe « moins » du premier terme est dû à l'orientation du lien de la 1-jonction associé à la puissance dissipée par le frottement (on retrouve une loi des nœuds pour la 1-jonction).

3. « Briques » de la méthode bond graph

Principaux éléments

Les éléments de base de la méthode BG sont au nombre de neuf que l'on peut classer en quatre groupes.

1. Les éléments de stockage ou dissipation déjà vus I, C et R ;
2. Les éléments sources S_e (source d'effort) et S_f (source de flux) ;
3. Les éléments de transformation réversible TF (transformateur) et GY (gyrateur) ;
4. Les éléments de jonctions la 0-jonction et la 1-jonction ;

Nous n'avons pas encore vu les éléments des types 2 et 3. Pour les premiers, il s'agit des éléments sources d'effort (S_e) et de flux (S_f) imposés au système. Par exemple, il est possible d'appliquer un couple moteur sur l'axe du bras 1 de notre exemple ; il s'agit alors d'une source d'effort. On peut de même imposer une vitesse de rotation ; il s'agit ici d'une source de flux. Ces deux sources sont exclusives l'une de l'autre : on peut imposer soit l'effort, soit le flux mais pas les deux à la fois.

Pour les seconds, l'élément transformateur TF est associé à un transfert d'énergie couplant les efforts entre eux dans un certain rapport et les flux entre eux dans le rapport inverse. Comme exemple mécanique, on cite classiquement le réducteur qui « réduit » le taux de rotation entre l'entrée et la sortie mais qui augmente de façon inverse le couple de sortie par rapport couple d'entrée. L'élément gyrateur GY, quant à lui, assure une transduction de l'énergie en couplant de façon croisée les efforts et les flux. Un moteur électrique à courant continu commandé en tension en est un exemple courant : il « transforme » l'effort à l'entrée (la tension à ses bornes) en un flux (la vitesse de rotation de son axe à la sortie).

Avec ce que nous venons de dire, nous pouvons construire le bond graph d'un motoréducteur que nous pourrions accoupler à l'arbre 1 de notre système à deux barres ci-dessus.

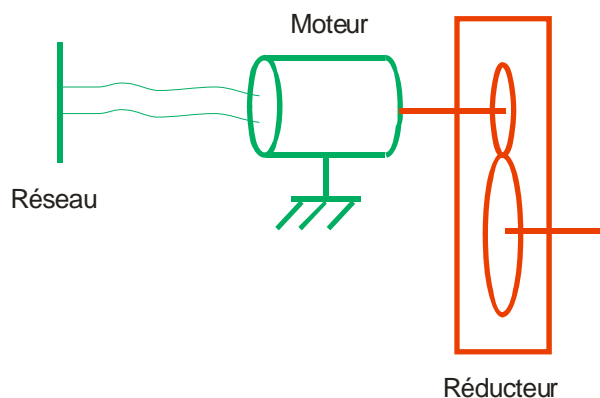


Figure 7 : Motoréducteur

Sur la figure 8, nous trouvons le tracé classique du modèle électrique de notre motoréducteur. Nous pouvons dénombrer

- Une source d'effort u ;
- Quatre éléments de dissipation ou de stockage R de type résistif et L , J_1 , J_2 de type inertiel ;
- Un gyrateur de constante K qui transforme la force électromotrice en vitesse de rotation de l'arbre d'entrée du réducteur (équation $e = K\omega_1$) ;
- Un transformateur (le réducteur) tel que $\omega_1 = r\omega$.

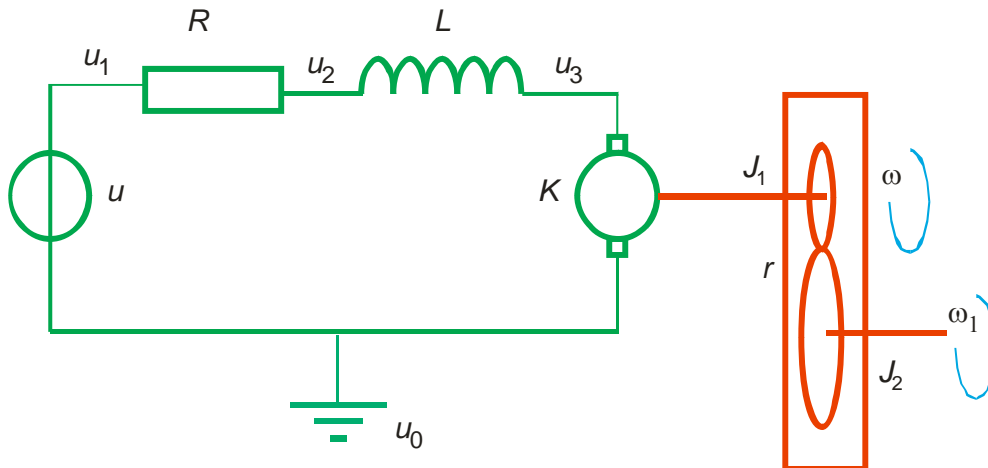


Figure 8 : Modèle électromécanique du motoréducteur

Pour établir ce BG, nous allons indiquer une procédure systématique de construction d'un BG que nous mettrons en application.

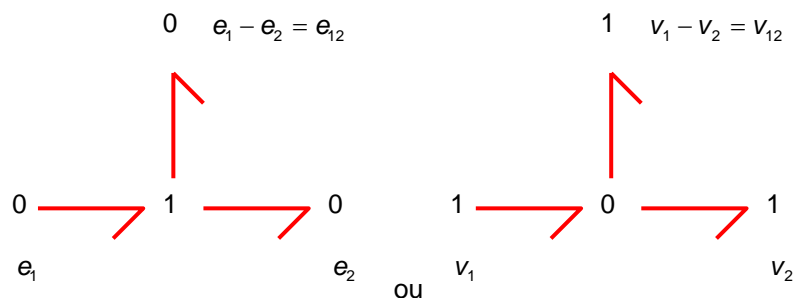
Procédure

Les étapes 1 et 2 concernent l'identification des domaines physiques et des éléments

1. Déterminer les domaines physiques du système étudié et rechercher tous les éléments de base : C , I , R , Se , Sf , TF et GY . Donner à chaque élément un nom distinct.
2. Introduire une valeur de référence pour les efforts, les vitesses, les pressions...dans chacun des domaines.

Les étapes 3 à 6 décrivent la génération des connexions de la structure

3. Identifier tous les autres efforts, vitesses, ... et leur attribuer un nom propre.
4. Tracer pour ces efforts,... (ces vitesses,...) des 0-jonctions (des 1-jonctions).
5. Rechercher toutes les différences entre efforts (entre vitesses) nécessaires pour relier les ports de tous les éléments déterminés à l'étape 1. Leur donner un nom unique marquant cette différence (exemples e_{12} pour une différence entre l'effort e_1 et l'effort e_2)
6. Construire les différences entre efforts en utilisant une 1-jonction (une 0-jonction pour les différences entre vitesses en mécanique) et les représenter comme le montre la figure ci-après

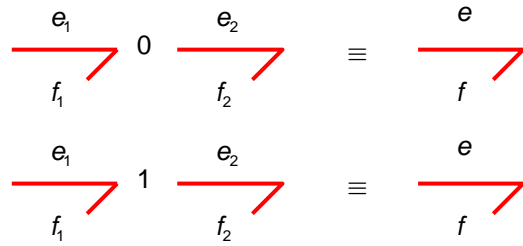


Les éléments peuvent être maintenant connectés

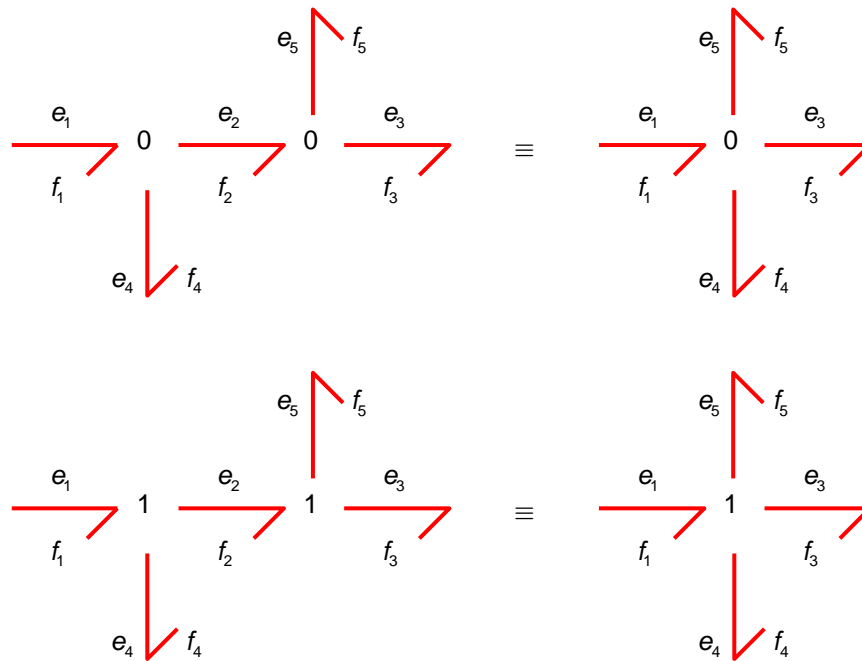
7. Relier les ports de tous les éléments trouvés à l'étape 1 avec des 0-jonctions des efforts correspondants ou des différences entre efforts (1-jonctions des vitesses ou des différences entre vitesses).
8. Simplifier le graphe obtenu en appliquant les règles de simplification suivantes :
 - ♦ Une jonction entre deux liens peut être simplifiée si les liens représentent une direction de la puissance unique ;
 - ♦ Un lien entre deux jonctions identiques peut être simplifié et les jonctions peuvent être simplifiées en une seule ;

- ♦ Deux efforts ou flux identiques construits séparément peuvent être simplifiés en une différence entre deux efforts ou deux flux.

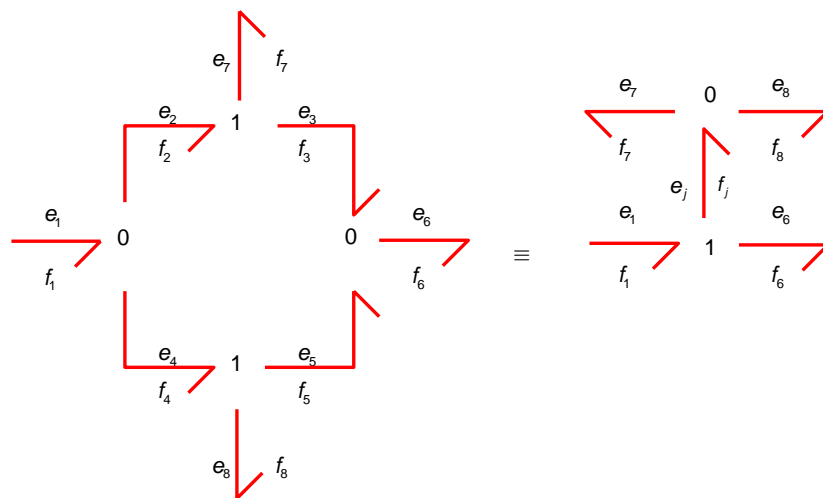
Elimination d'une jonction entre deux liens bond-graphs

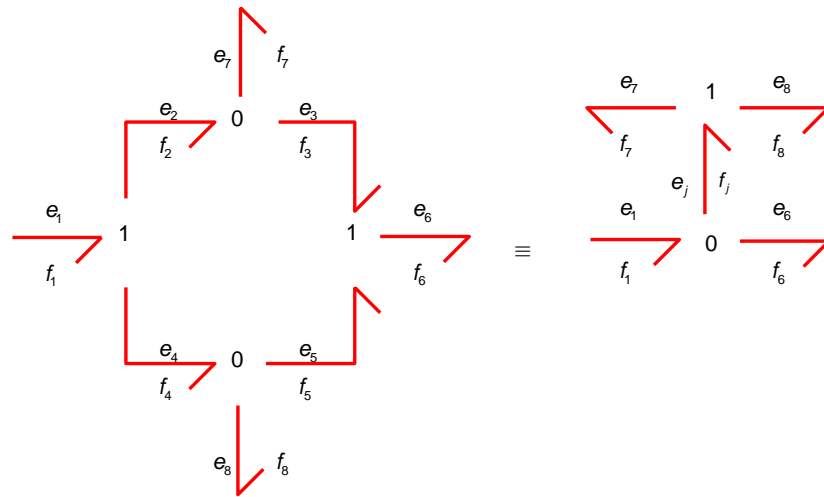


Contraction de deux liens bond-graphs identiques



Fusion de deux différences identiques en une seule





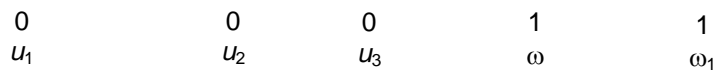
Application à notre motoréducteur

L'étape 1 a déjà été réalisée ci-dessus.

Etape 2 : Introduisons un potentiel électrique de référence u_0 et un taux de rotation de référence ω_0 .

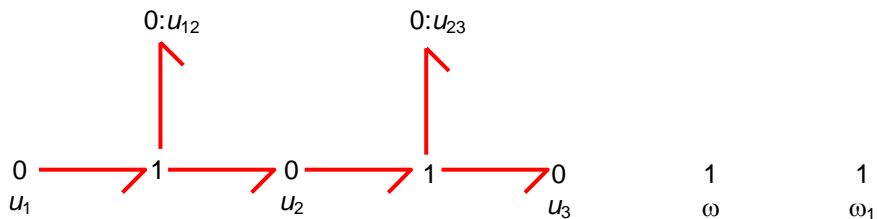
Etape 3 : Les autres grandeurs sont identifiées à la figure 8.

Etape 4 : Nous traçons les jonctions associées aux efforts et aux vitesses

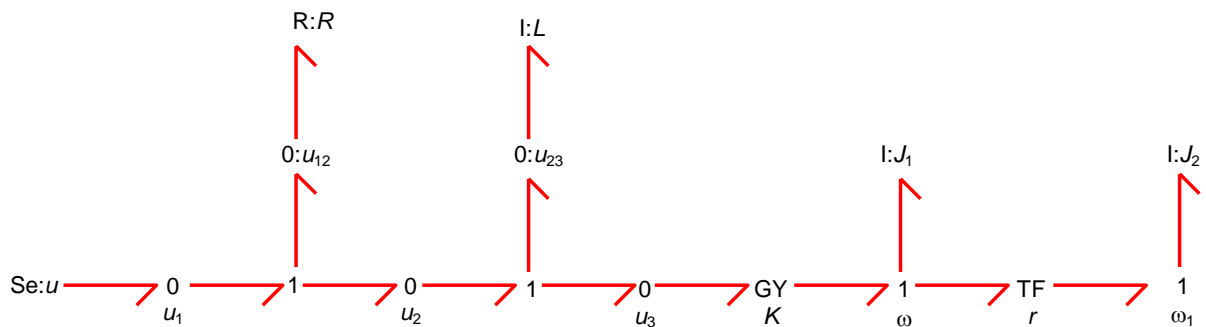


Etape 5 : Faisons apparaître les différences de potentiel aux bornes de la résistance $u_{12} = u_1 - u_2$ et aux bornes de l'inductance $u_{23} = u_2 - u_3$

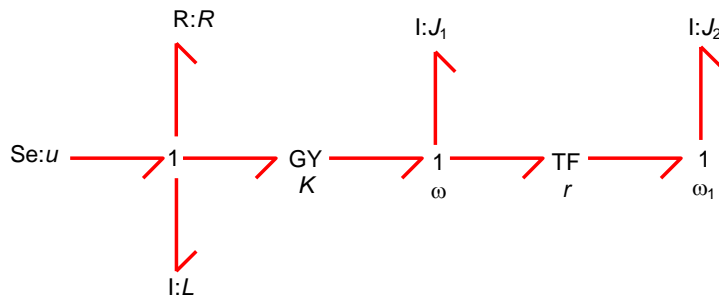
Etape 6 : Traçons ces différences sous forme BG



Etape 7 : Connectons tous les éléments trouvés à l'étape 1. On obtient



Etape 8 : Eliminons des jonctions à puissance nulle comme le présente les règles de simplification 8.



Le résultat obtenu est le BG de notre motoréducteur. Il existe d'autres méthodes pour tracer un bond graph. Nous ne les discuterons pas ici. Nous pouvons connecter ce dernier BG au BG du système à deux barres et nous obtenons

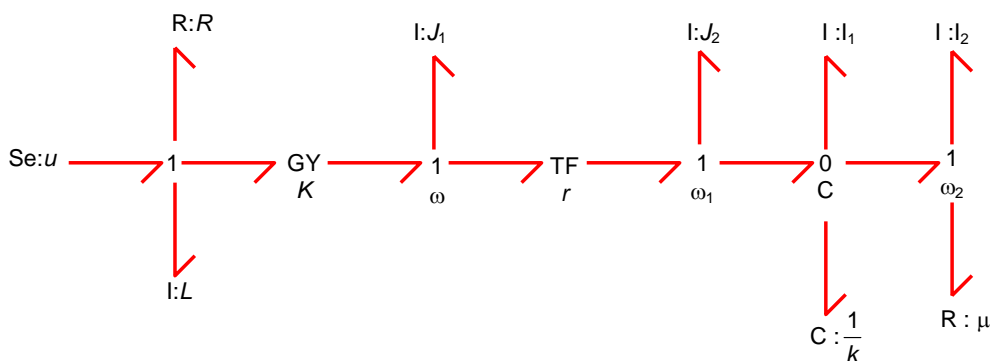


Figure 9 : Bond graph de l'ensemble motoréducteur et deux barres

Que faire avec ce bond graph ? Beaucoup de choses et par exemple, l'implémenter dans un logiciel (20-sim, camp-G, Symbols 2000, ms1,...) pour tracer les courbes des variables du processus, obtenir les équations du système, voir les flux d'énergie,... Il est également assez facile d'en déduire le schéma bloc dans le domaine linéaire. Avant d'exploiter notre BG ci-dessus, il est nécessaire de rappeler la notion de variable d'état et celle de causalité qui sont essentielles dans la méthode BG.

Variables d'état. Variables de puissance et d'énergie

L'état d'un système correspond à l'ensemble des informations nécessaires sur celui-ci pour déterminer son évolution à partir des seules entrées extérieures. Les variables qui représentent ces informations s'appellent variables d'état. Elles sont liées aux éléments I (énergie cinétique) et C (énergie potentielle) du BG.

Le BG représente les transferts d'énergie. Les variables qui interviennent dans ces transferts sont les efforts $e(t)$ (au sens large, pression, couple, tension,...) et les flux $f(t)$ (au sens large, vitesse, intensité, débit,...). La puissance instantanée vaut $P(t) = e(t)f(t)$. Les variables qui caractérisent l'énergie sont les intégrales premières temporelles des efforts et des flux. On a

$$\text{Moment généralisé} \quad p(t) = p_0 + \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau$$

$$\text{Déplacement généralisé} \quad q(t) = q_0 + \int_{t_0}^t f(\tau) d\tau$$

Le tableau 1 donne les variables de puissance et d'énergie des domaines classiques des sciences de l'ingénieur.

Les variables d'état sont généralement liées aux éléments de stockage d'énergie ; ce sont les moments et les déplacements généralisés ci-dessus.

Domaine	Effort e	Flux f	Moment généralisé p	Déplacement généralisé q
Electrotechnique	Tension u	Courant i	Flux magnétique λ	Charge q
Mécanique de translation	Force F	Vitesse v	Quantité de mouvement p	Déplacement x
Mécanique de rotation	Couple C	Taux de rotation ω	Moment cinétique σ	Angle θ
Hydraulique & pneumatique	Pression P	Débit volumique q_v	Impulsion p	Volume V
Thermique	Température T	Flux d'entropie q_s		Entropie S
Chimie	Potentiel chimique μ	Flux molaire q_m		Nombre de moles N

Tableau 1 : Domaine et variables de puissance et d'énergie

Causalité et bond graph

La causalité doit être indiquée sur un bond graph afin qu'il soit traité de façon numérique ; C'est d'ailleurs le logiciel qui s'en charge. On rappelle que la causalité consiste à imposer un ordre de cause à effet dans les relations entre les variables représentant un système. Sur un BG, la causalité est marquée par un trait perpendiculaire au lien BG à l'une des extrémités de celui-ci. Par convention, on impose l'effort du côté du trait de causalité. Le flux est donc imposé de l'autre côté du lien.

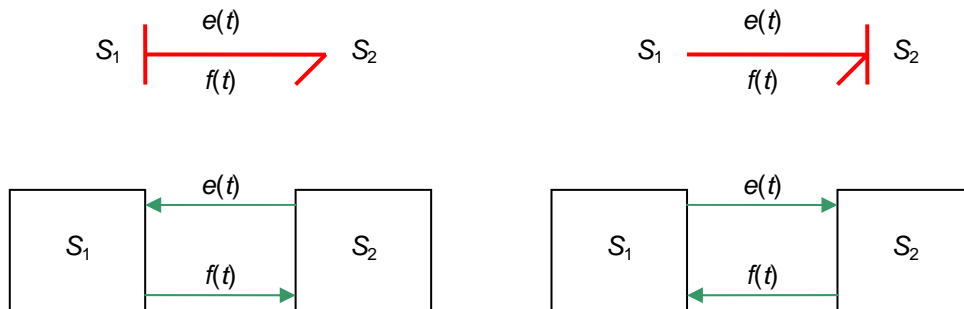


Figure 10 : Causalité

Le signe « = » étant symétrique, la causalité n'apparaît pas avec celui-ci. Comme en informatique on peut utiliser le signe « := » pour indiquer la causalité. Par exemple « $a := b$ » signifie que a est déterminé après l'évaluation de b . On peut maintenant écrire les équations causales pour la figure 10.

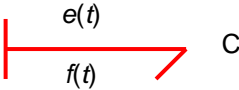
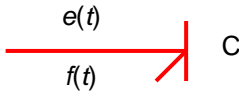
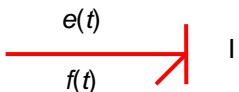
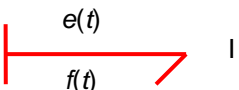
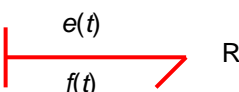
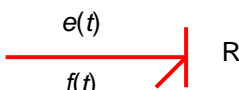
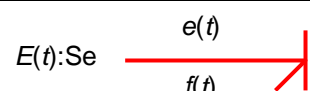
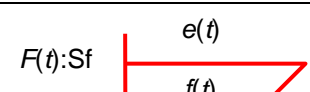
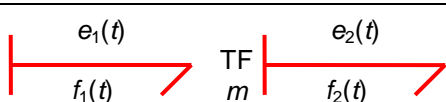
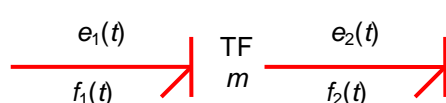
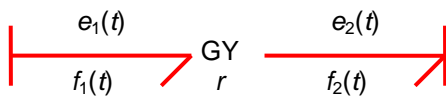

Pour la partie gauche : $S_1 \cdot e := S_2 \cdot e$, pour la partie droite $S_2 \cdot e := S_1 \cdot e$
 $S_2 \cdot f := S_1 \cdot f$, $S_1 \cdot f := S_2 \cdot f$ (avec la notation des

langages orientés objets). De même qu'il existe une procédure pour tracer un BG, il en existe une pour déterminer la causalité sur un BG. Elle est basée sur les remarques suivantes

- Les éléments sources (Se et Sf) impose une causalité unique. Pour Se l'effort est imposé du côté de la flèche, pour Sf, c'est l'inverse.
- Pour le 0-jonctions, les 1-jonctions, les transformateurs et les gyrateurs, une contrainte de causalité est imposée (voir tableau 2).
- Pour les éléments de stockage C et I, le choix de la causalité intégrale est préférable au choix de la causalité différentielle. En voici l'explication : Si l'on impose, par exemple, la tension aux bornes d'un condensateur, le courant est le résultat du calcul $i := C \frac{du}{dt}$; il s'agit d'une causalité différentielle. Il y a un problème si l'on impose un échelon de tension, car le courant est alors infini dans le condensateur. Ce n'est plus le cas si l'on impose le courant à travers la capacité, car l'équation obtenue est alors $u := u_0 + \int i dt$; il s'agit maintenant d'une causalité intégrale qui exclut ce problème. On parle alors de

modèle causal dans ce cas. Un modèle différentiel nécessite la connaissance des valeurs futures de la variable puisqu'il faut connaître la « direction » de son évolution. Le modèle intégral quant à lui ne demande que la connaissance du passé de la variable.

- Pour l'élément de dissipation R, il n'y a aucune préférence.

Liens et causalités	Schémas de calculs	Type de causalité
	$e(t) := \varphi_C^{-1}(q(t))$	Causalité intégrale
	$f(t) := \frac{d}{dt}[\varphi_C(e(t))]$	Causalité dérivée
	$f(t) := \varphi_I^{-1}(p(t))$	Causalité intégrale
	$e(t) := \frac{d}{dt}[\varphi_I(f(t))]$	Causalité dérivée
	$e(t) := \varphi_R(f(t))$	Causalité résistance
	$f(t) := \varphi_R^{-1}(e(t))$	Causalité conductance
	$e(t) := E(t)$	Causalité imposée
	$f(t) := F(t)$	Causalité imposée
	$\begin{cases} e_1(t) := m e_2(t) \\ f_2(t) := m f_1(t) \end{cases}$	Causalité directe
	$\begin{cases} e_2(t) := \frac{1}{m} e_1(t) \\ f_1(t) := \frac{1}{m} f_2(t) \end{cases}$	Causalité inverse
	$\begin{cases} e_1(t) := r f_2(t) \\ e_2(t) := r f_1(t) \end{cases}$	Causalité directe
	$\begin{cases} f_2(t) := \frac{1}{r} e_1(t) \\ f_1(t) := \frac{1}{r} e_2(t) \end{cases}$	Causalité inverse

	$\begin{cases} e_2(t) := e_1(t) \\ e_3(t) := e_1(t) \\ f_1(t) := -f_2(t) - f_3(t) \end{cases}$	<p>Un seul effort est imposé sur la 0-jonction</p>
	$\begin{cases} f_2(t) := f_1(t) \\ f_3(t) := f_1(t) \\ e_1(t) := -e_2(t) - e_3(t) \end{cases}$	<p>Un seul flux est imposé sur la 1-jonction</p>

Tableau 2 : Causalité et bond graph

Procédure d'affectation de la causalité

1. Affecter les causalités imposées par les éléments sources d'effort et de flux et les propager aussi loin que possible en prenant en compte les contraintes imposées par les transformateurs, gyrateurs, 0-jonctions et 1-jonctions.
2. Affecter la causalité intégrale (de préférence) aux éléments de stockage I et C et la propager dans le bond graph.
3. Affecter une causalité arbitraire aux éléments dissipatifs R et la propager dans le bond graph.
4. Si le bond graph n'est pas complet d'un point de vue causal, affecter une causalité arbitraire aux éléments non traités et la propager au sein du bond graph.

Si lors des étapes 2 à 4, il existe un conflit, il faut alors utiliser une causalité différentielle pour les éléments C et I de manière à lever le conflit. C'est, comme déjà annoncé, le logiciel qui se charge de ce travail. Pour notre exemple, voici le bond graph causal obtenu.

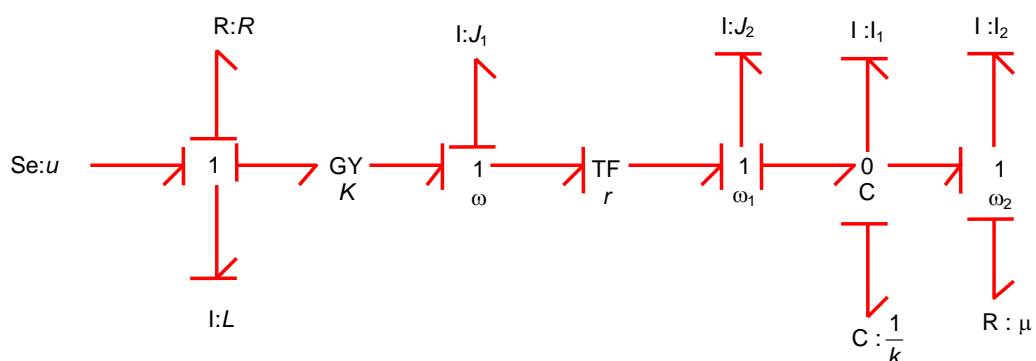


Figure 11 : BG causal de l'exemple

Elément bond graph	Représentation	Lois constitutives	Exemples
Stockage d'énergie sans dissipation de type capacitif		$q = q_0 + \int f dt$ cas linéaire $e = \frac{1}{C} q$	Capacité, ressorts linéaire et de torsion, accumulateur hydraulique
Stockage d'énergie sans dissipation de type inertiel		$p = p_0 + \int e dt$ cas linéaire $f = \frac{1}{I} p$	Inductance, masse, inertie
Dissipation d'énergie		$e = Rf$ ou $f = \frac{1}{R} e$	Résistance électrique, frottements secs et visqueux, restriction hydraulique
Source imposant un effort		L'effort e est imposé au système qui impose f à la source	Source de tension, source de pression
Source imposant un flux		Le flux f est imposé au système qui impose e à la source	Source de courant
Transformateur sans dissipation d'énergie		$\begin{cases} e_1 = m e_2 \\ f_1 = \frac{1}{m} f_2 \end{cases}$	Transformateur électrique, réducteur, bras de levier
Gyrateur sans dissipation d'énergie		$\begin{cases} e_1 = r f_2 \\ f_1 = \frac{1}{r} e_2 \end{cases}$	Générateur de courant alternatif, gyroscope
0-jonction		$\begin{cases} e_1 = e_2 = e_3 \\ f_1 + f_2 + f_3 = 0 \end{cases}$	Loi des noeuds, contrainte cinématique
1-jonction		$\begin{cases} e_1 + e_2 + e_3 = 0 \\ f_1 = f_2 = f_3 \end{cases}$	Loi de Newton, loi des mailles

Tableau 3 : éléments bond graph

Après avoir tracé le BG non causal à l'aide d'un logiciel (ici ms1), il est possible d'exploiter les courbes de résultats de manière classique. Ici, par exemple, les vitesses ω (%F3), ω_1 (%F2) et ω_2 (%F1) de notre exemple pour une impulsion de 24V sur le moteur à courant continu pendant une durée de 0,5s.

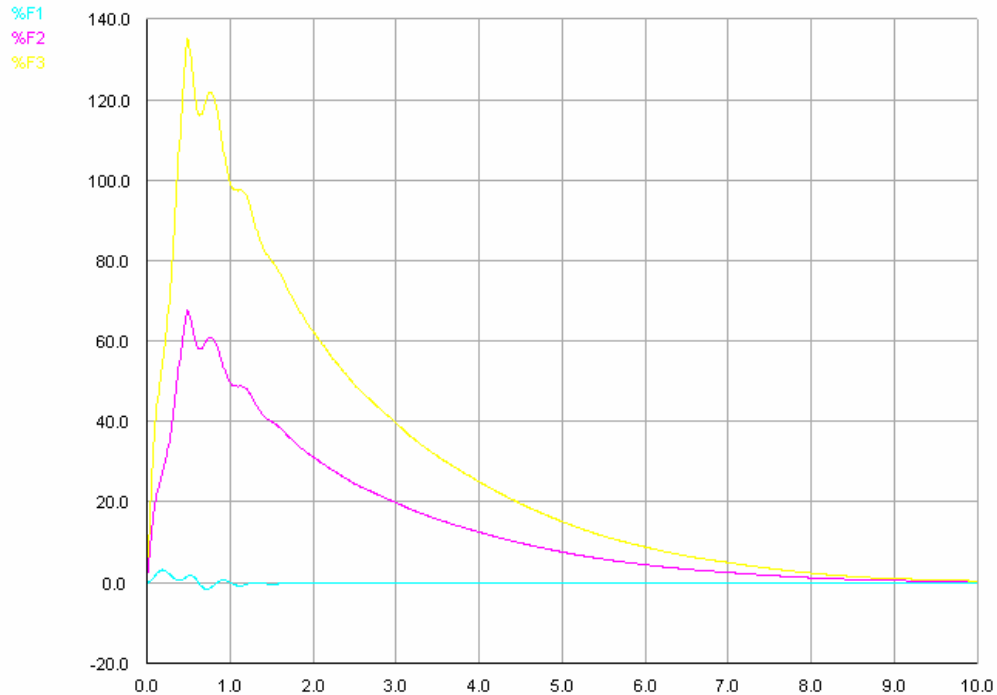


Figure 12 : vitesses des arbres de l'exemple traité

4. Exemple hydraulique non développé

De l'eau arrive dans un premier réservoir de section A_1 avec un débit volumique q_i . La hauteur dans ce réservoir est notée h_1 . A la sortie de ce réservoir un robinet (de résistance hydraulique R_1) laisse passer le fluide avec un débit q_1 dans un second réservoir de section A_2 . La hauteur dans ce dernier est notée h_2 . Enfin le débit volumique de sortie de ce réservoir autorisé par un robinet de résistance hydraulique R_2 vaut q_2 . Remarque : les pressions (efforts BG) sont mesurées en hauteur d'eau, et la résistance hydraulique est donnée par $q = \frac{\Delta h}{R}$. On prendra les valeurs numériques suivantes : $A_1 = 1 \text{ m}^2$, $A_2 = 2 \text{ m}^2$, $R_1 = 10 \text{ m}(\text{m}^2\text{s}^{-1})^{-1}$ et $R_2 = 20 \text{ m}(\text{m}^2\text{s}^{-1})^{-1}$. Le débit à l'entrée sera un échelon de $0,1 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$.

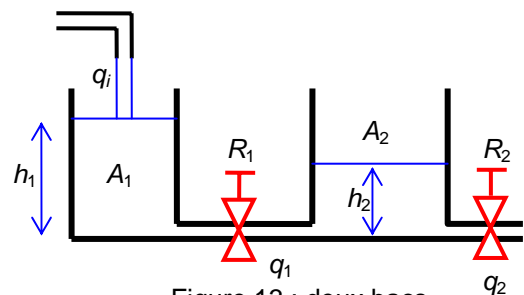


Figure 13 : deux bacs

hydraulique est donnée par $q = \frac{\Delta h}{R}$. On prendra les valeurs numériques suivantes : $A_1 = 1 \text{ m}^2$, $A_2 = 2 \text{ m}^2$, $R_1 = 10 \text{ m}(\text{m}^2\text{s}^{-1})^{-1}$ et $R_2 = 20 \text{ m}(\text{m}^2\text{s}^{-1})^{-1}$. Le débit à l'entrée sera un échelon de $0,1 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$.

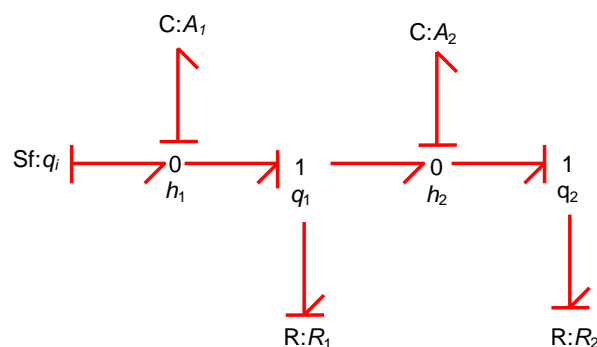


Figure 14 : bond graph de l'exemple hydraulique

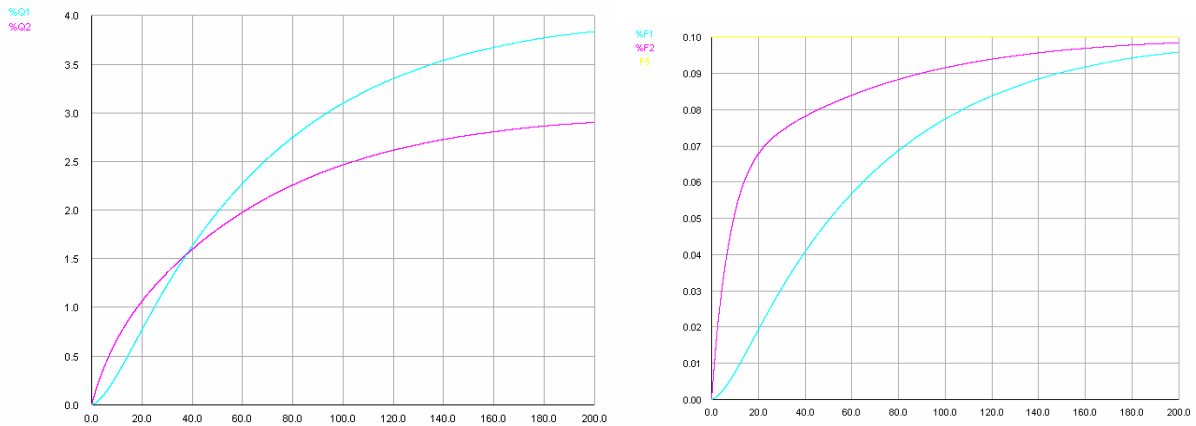


Figure 15 : résultats de l'exemple hydraulique – à gauche, hauteurs, à droite, débits –

On reconnaît sur les graphes de la figure 15 les réponses respectives du premier et du second ordre apériodique des hauteurs et des débits de chaque réservoir.

5. Exemple industriel

Ce modèle est extrait de l'ouvrage récent de Michel Vergé et Daniel Jaume « Modélisation structurée des systèmes avec les Bond Graphs » (avec l'aimable autorisation des auteurs). Ce livre est une très bonne introduction aux BG et contient de nombreux exemples traités. Le modèle est une machine d'enroulement et de déroulement d'un film cinématographique (voir photo figure 17).

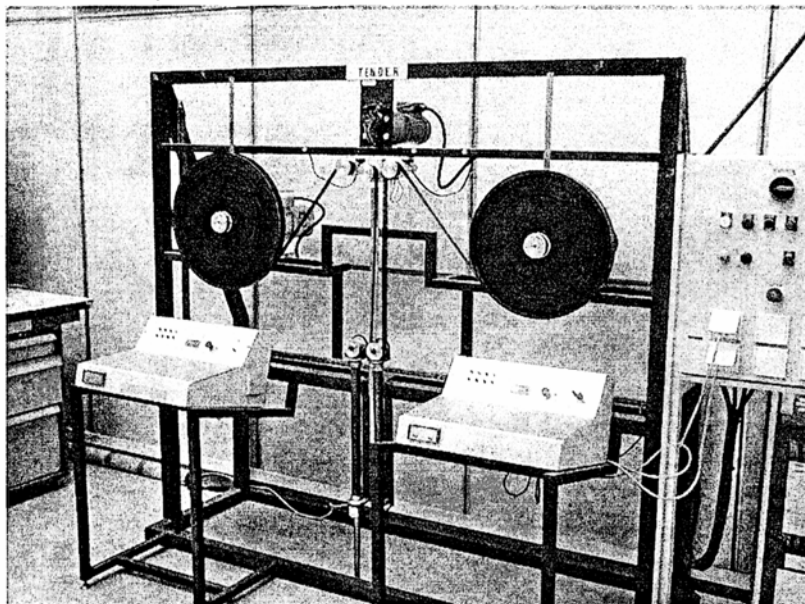


Figure 17 : machine d'enroulement et de déroulement de films



Figure 16

On propose une représentation technologique du système à la figure 18. Toutes les variables et paramètres y sont indiqués. Il est possible de faire plusieurs modèles BG de ce système suivant le niveau de détails souhaité. Le premier modèle dénommé M11 prend en compte toutes les variables citées et est donné figure 19. Le second modèle simplifié est fondé sur l'analyse des modes dominants (on néglige les inerties des trois poulies par rapport à celles des deux bobines), et sur l'élasticité faible du film ; on obtient alors le modèle M3 (figure 20). A partir de ces deux modèles, on peut obtenir les équations du système et réaliser des simulations. On vérifie en fonction des valeurs numériques (voir l'ouvrage cité) que M11 et M3 donnent des résultats similaires. Le temps de simulation est fortement réduit pour M3. La figure 21 propose les évolutions des taux de rotation des

poulies de gauche et de droite ainsi que le déplacement de la poulie centrale. On vérifie que pendant 0,5 seconde, ω_g est négatif sous l'effet du couple résistant de la bobine de gauche.

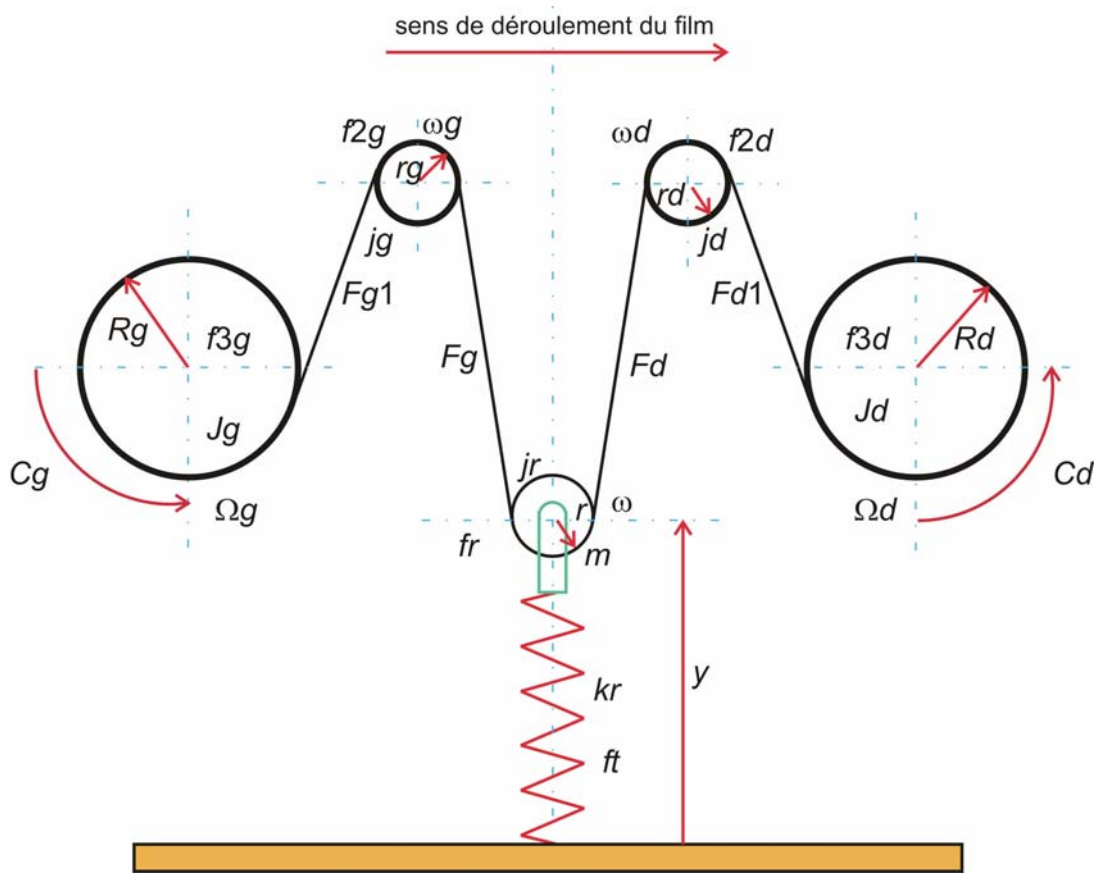


Figure 18 : schéma technologique de la machine d'enroulement et de déroulement de films

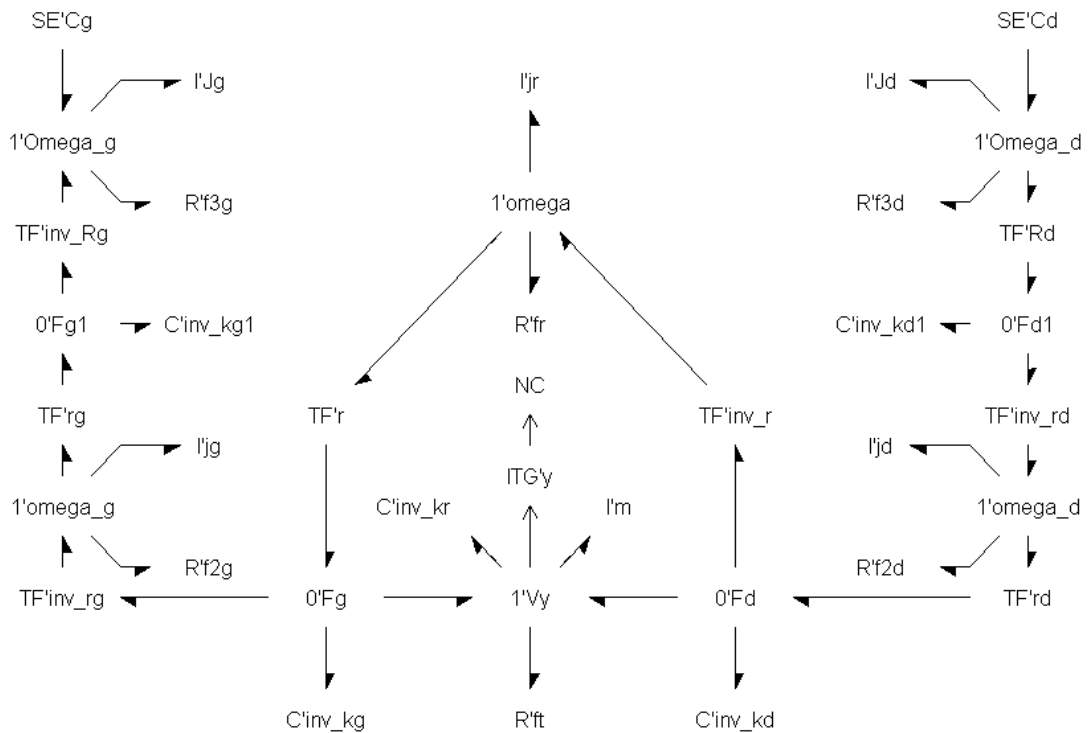


Figure 19 : Modèle BG M11

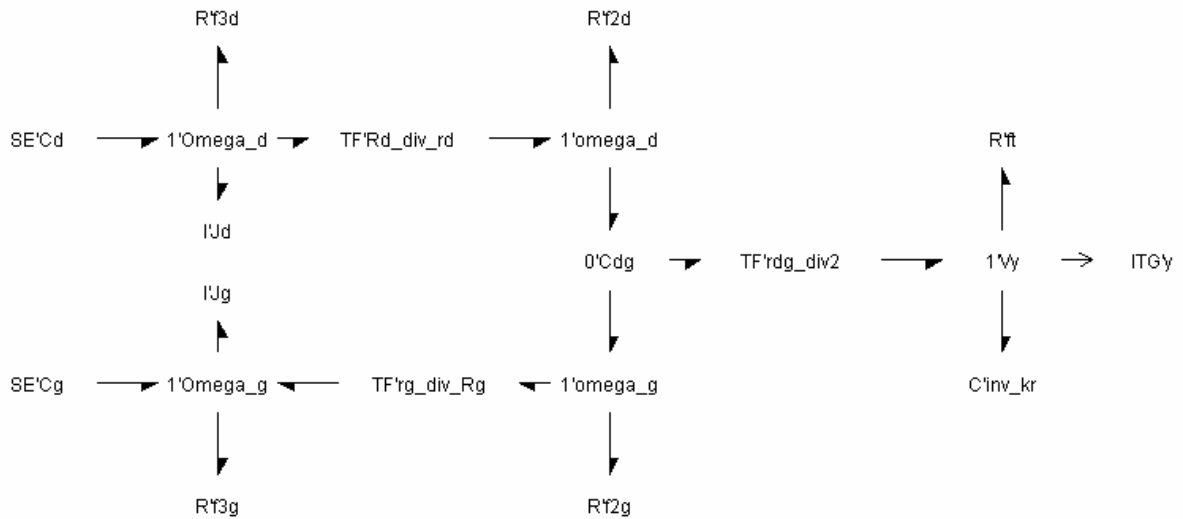


Figure 20 : Modèle BG M3

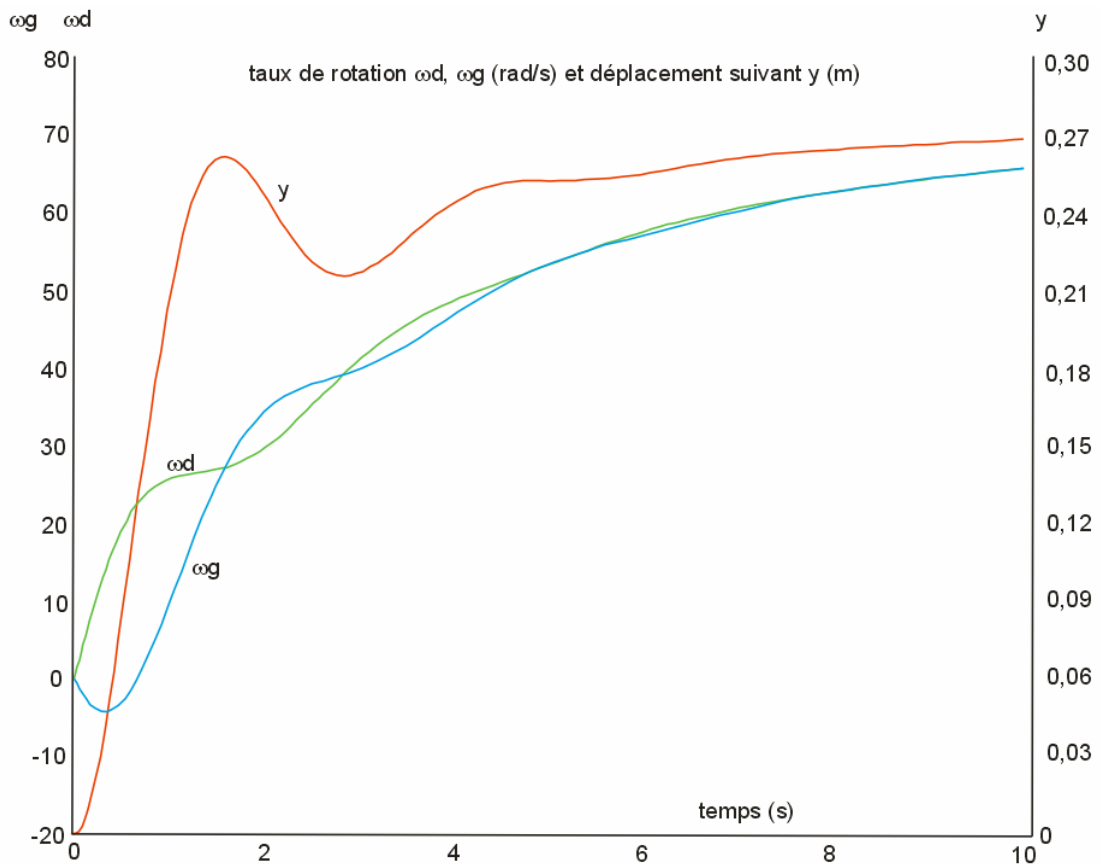


Figure 21 : Résultats d'une simulation de M11

6. TP de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur : robot Maxpid en BG

Je donne, pour terminer cet article, une modélisation BG du robot un axe « Maxpid » utilisé en classes préparatoires (figures 22 & 23). Celle-ci fait apparaître la chaîne d'énergie (liens Bond Graph) et les chaînes d'information (flèches simples). Ce robot ne peut pas être modélisé à l'aide des fonctions de transfert à cause des non linéarités de tous ordres (saturations, jeux, cinématique non linéaire,...) : la méthodologie BG est alors bien adaptée pour réaliser des simulations de cette chaîne asservie.

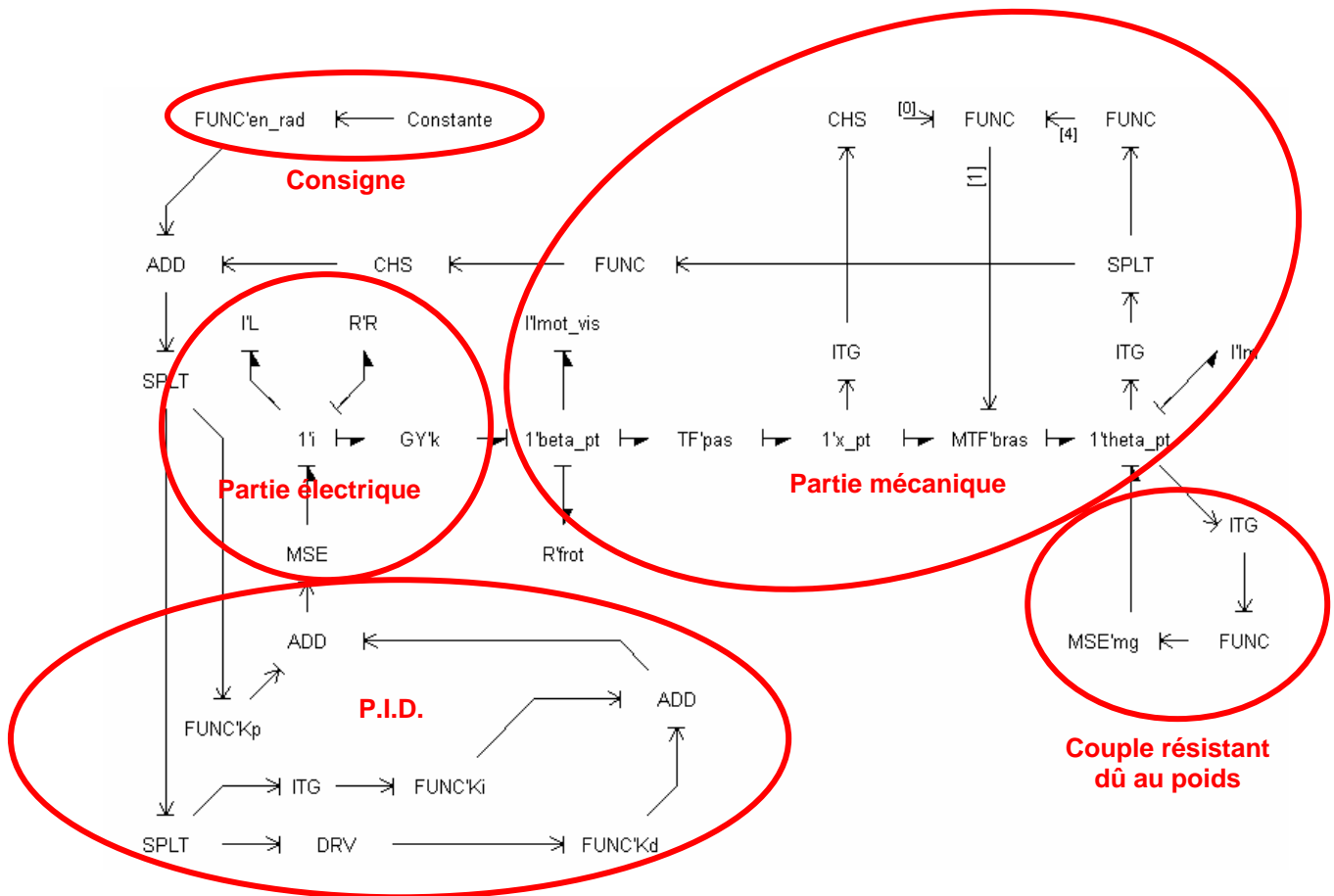


Figure 22 : Bond Graph du robot Maxpid

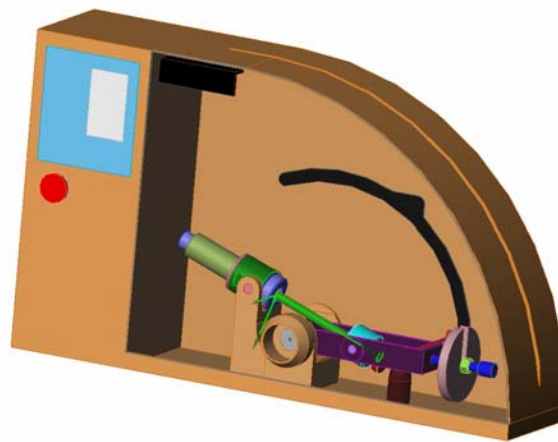


Figure 23 : Maquette numérique (solidworks) du bras Maxpid

7. Conclusion

Bien entendu cette brève présentation ne donne qu'une petite idée de la méthode BG qui permet bien plus que ce qui a été montré ici. On peut généraliser ces résultats monodimensionnels à des dimensions n par le multibond graph, on peut traiter des sous-systèmes avec les word bond graphs (bond graphs à mots),...

Outre la possibilité de dérivation des modèles mathématiques courants de l'automatique (schémas blocs, équations d'état, fonctions ou matrices de transfert, ...), la disponibilité simultanée de toute cette information permet :

- L'analyse directe sur le BG des propriétés clés du système (stabilité interne, commandabilité, observabilité, détermination des sensibilités) et aussi,

- La synthèse directe sur le BG de lois de commande tout en profitant de l'information énergétique, structurelle et causale contenue, ce qui permet l'intégration des outils de l'automatique avancée et de la théorie des graphes.

L'ensemble des propriétés et techniques disponibles sur les BG habilite alors leur utilisation comme un outil efficace pour l'exécution de la multiplicité de tâches liées à la conception d'un système de commande, depuis la définition précise du cahier des charges jusqu'à la mise en œuvre sur prototype.

De très nombreuses recherches ont été réalisées ou sont en cours dans les approches multidisciplinaires associant universitaires et industriels. La démarche Bond Graph semble devenir un standard international dans le domaine de la « conception intégrée » dans laquelle les industriels trouvent leur compte en raccourcissant les délais de conception et d'études afin d'être plus rapide que la concurrence. Gageons que nos étudiants auront à utiliser cette démarche dans leurs futurs métiers...

Bibliographie

Dauphin Tanguy, Geneviève : *Les bond graphs* (traité IC2, série systèmes automatisés), Lavoisier 2000.

Dauphin Tanguy, Geneviève : *Les bond graphs et leur application en mécatronique*, Les Techniques de l'Ingénieur, tome S 7 222, pp. 1-24, 1999.

Vergé Michel & Jaume Daniel : *Modélisation structurée avec les bond graphs*, Editions Technip, 2003.

Favre Wilfrid : *Contribution à la représentation bond graph des systèmes mécaniques multicorps*, thèse de l'INSA Lyon, 1997.

Edibe B., *Modélisation et simulation de systèmes dynamiques par les bond graphs - Application aux systèmes mécaniques polyarticulés*, Thèse de l'université de Rennes 1, Juin 1995.

Karnopp D.C. & Rosenberg R.C., *System dynamics : a unified approach*. New York, John Willey & sons, 1975.

Hautier, Jean Paul et al. : *Systèmes automatiques* (trois tomes), Ellipses, 1995,

Hautier J.P., Degobert Ph., Guillaud X., Caron J.P., *Le Graphe Informationnel Causal*, Technologie et Formation n°90.

Documents issus du séminaire PT, Ecole Centrale de Lille, 11 & 12 mai 2004.

Sites internet

www.ec-lille.fr/bg/ : site de l'équipe bond graphs de Lille.

www.bondgraph.com : site américain du bond graph.

www.20sim.com/ : site d'un logiciel de simulation permettant le tracé des bond graphs.

www.lorsim.be/fra/index.html : site du logiciel ms1, une bonne version démo limitée à 100 variables.

Philippe Fichou

Prépa PT-PTSI

Lycée Vauban, Brest

philippe.fichou@wanadoo.fr

<http://perso.wanadoo.fr/philippe.fichou/>